

文章编号:1000-8055(2011)03-0505-07

用于可压缩壁面湍流 LES 及 DNS 入口边界条件的“回收-调节”方法综述

刘卫东, 陈 逸, 孙明波, 范晓樯, 梁剑寒
(国防科学技术大学 航天与材料工程学院, 长沙 410073)

摘 要: 为了减小湍流流动问题的大涡模拟和直接数值模拟的入口湍流脉动边界条件对计算结果的影响,叙述了用于可压缩壁面湍流入口脉动生成的一种方法——“回收-调节”方法(recycling-rescaling method),叙述了这种方法的理论基础及简要推导过程,介绍了几种常用的“回收-调节”方法并指出了实现中的几个关键问题,分析了这种方法中存在的不足并对其应用进行了总结评述.该方法可为湍流、燃烧问题的大涡模拟和直接数值模拟方法的发展提供参考.

关 键 词: 大涡模拟; 直接数值模拟; 可压缩壁面湍流; 入口脉动生成; “回收-调节”方法

中图分类号: V435.12

文献标识码: A

Overview of recycling-rescaling method for inflow boundary conditions of LES and DNS of compressible wall bounded turbulent flows

LIU Wei-dong, CHEN Ti, SUN Ming-bo,
FAN Xiao-qiang, LIANG Jian-han

(College of Aerospace and Materials Engineering,
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The inflow turbulent fluctuating boundary conditions play a key role in large eddy or direct numerical simulations of many turbulent problems. This paper introduced a method — recycling-rescaling method for inflow fluctuation generation of compressible wall bounded turbulent flows. The theory foundation and deduction of the method were given in the paper. Several recycling-rescaling methods were introduced and some key points in the implementation were indicated. Applications were summarized and limitations were discussed. This paper can be a reference for further investigation in LES (large eddy simulation) and DNS (direct numerical simulation) of turbulent flow and combustion problems.

Key words: large eddy simulation; direct numerical simulation;
compressible wall bounded turbulent flow;
inflow fluctuations generation; recycling-rescaling method

在很多湍流流动问题的大涡模拟(LES)和直接数值模拟(DNS)中,上游入口的湍流边界条件会对下游造成很大的影响,例如:平面湍流射

流^[1-2]、液膜的一次破碎^[3]和空间发展湍流边界层流动^[4]等问题都对入口条件非常敏感.对这类问题进行计算时,通常需要在入口给定动态的边界

收稿日期:2010-02-14; 修订日期:2010-04-22

基金项目:国家自然科学基金(10802096)

作者简介:刘卫东(1967—),男,湖南邵阳人,教授、博导,博士,主要研究方向为高超声速推进技术.

E-mail: weidong_Liu@yahoo. com

条件来模拟入口处真实的湍流特征。

对于湍流边界层计算而言,如果将计算域拓展上游的层流边界层阶段,并通过在层流边界层的剖面上添加一些简单的随机扰动,使得边界层完成向湍流的自然转捩的过程,就无需采用复杂的扰动添加方法。但这种方法往往被用于模拟转捩本身,不仅需要很长的流向距离来发展成为充分的湍流结构,而且对于网格数量的要求很高,这无疑会带来高额的计算负担。为了减小计算量,通常将计算域的入口选取在所研究的区域上游不远处的湍流区域,在这种情况下,准确给定入口的湍流脉动是很重要的,因为仅有很短的一段距离可用于入口边界条件的误差的耗散。

Sagaut 归纳了五种入口边界条件的提法^[5]:

①对实验数据进行线性随机估计;②将实验信号或以前的计算结果进行本征正交分解(proper orthogonal decomposition),采用结果作为边界条件;③在入口边界上添加白噪声;④进行另外一个计算,采用计算结果作为入口边界条件;⑤采用计算本身来产生入口边界条件,这种方法可以称为“回收-调节”方法(recycling-rescaling method)。从上面给出的几种边界条件提法可以看到,①和②需要实验数据,④需要增加额外的计算量,相比之下③和⑤实现起来难度较低、计算量较小。

常用的白噪声添加方法是在时均速度剖面上添加随机脉动,并保证这些脉动的单点-二阶统计量满足给定的值,例如:将二阶统计量选为雷诺应力,而给定的雷诺应力的值通常由实验测得或者雷诺平均 Navier-Stokes 方程(Reynolds-averaged Navier-Stokes,简称 RANS)计算得到。这种方法实现较容易,但给出的速度脉动量缺乏正确的高阶相位信息,这会使得流动缺乏真实的湍流结构。此外,这种方法速度导数的光滑度为0,使得入口的能量没有正确的非线性传播,需要一段很长的发展距离才能得到充分的湍流结构,并且在充分发展段的末端也无法得到正确的摩擦阻力和积分参数。尽管存在上述缺点,但是这种办法却被 Lee 等人用于各向同性湍流的 DNS 计算并取得了很好的结果^[6],他们发现各向同性湍流在这种随机扰动下发展很迅速,仅仅两个积分长度之后就能发展成为真正的湍流,速度导数的光滑度达到正确值。而 Akselvoll 和 Moin 等发现这种方法对于网格较粗的 LES 却难以在短距离内发展成为湍流^[7]。

“回收-调节”方法的思想是根据湍流边界层

的相似理论,将湍流边界层下游的时均参数和脉动参数提取出来,按照一定的规律调节后叠加至上游入口处,使得来流的湍流边界层保持合理的湍流脉动特性及脉动能量(图1)。

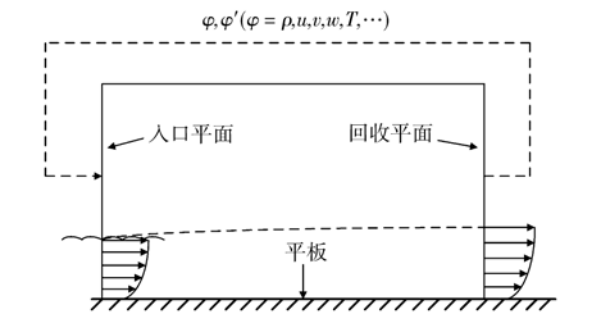


图1 “回收-调节”过程

Fig. 1 Recycling-rescaling procedure

本文对可压缩壁面湍流入口边界条件的“回收-调节”方法的理论基础及具体应用进行介绍和评价,可为可压缩壁面附着湍流高级数值模拟的进一步发展提供参考。

1 湍流边界层的相关理论

由于目前所采用的“回收-调节”方法均由湍流边界层的相似性导出,所以在此首先对湍流边界层的理论及相关公式进行回顾,并对边界层参数的相似性进行推导。前提是无压力梯度的光滑平板湍流边界层,且壁面为无滑移固体边界,无吹吸作用。

在笛卡儿坐标系下流场入口处的瞬时流向速度、法向速度和展向速度记为 $(U_{ins}, V_{ins}, W_{ins})$,瞬时密度记为 ρ_{ins} ,瞬时静温记为 T_{ins} ,这些量都是坐标 (y, z) 和时间 t 在入口 $x = x_{in}$ 处的函数(在下文中,下标“in”表示在入口平面处的参数,下标“re”表示在回收平面处的参数),写成

$$\begin{aligned} U_{ins}(x_{in}, y, z, t) &= U_{in}(y) + u'_{in}(y, z, t) \\ V_{ins}(x_{in}, y, z, t) &= V_{in}(y) + v'_{in}(y, z, t) \\ W_{ins}(x_{in}, y, z, t) &= W_{in}(y) + w'_{in}(y, z, t) \\ \rho_{ins}(x_{in}, y, z, t) &= \rho_{in}(y) + \rho'_{in}(y, z, t) \\ T_{ins}(x_{in}, y, z, t) &= T_{in}(y) + T'_{in}(y, z, t) \end{aligned}$$

右边第一项为时间和展向平均量,第二项为相关的脉动量。由于流动为名义二维流动,所以平均值可以按照下式近似计算,以速度 U 为例

$$U_{in} = \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} \langle U_{ins}(x_{in}, y, z, t) \rangle dt$$

式中 t_i 和 t_f 表示所取时均平均段的初始时刻和终了时刻, $\langle * \rangle$ 表示沿展向平均。

1.1 时均参数

湍流边界层的平均流向速度 U 展现出两层特性,可以分为内层和外层^[8].对于可压缩流动的湍流边界层来说,衡量其内外层的流动参数需要首先定义如下两个坐标:

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu_w}, \quad \eta = \frac{y}{\delta}$$

当地摩擦速度定义为 $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho_w}$, $\nu_w = \mu_w/\rho_w$ 是当地壁面处的运动黏度, δ 是当地平均边界层厚度.

内层中的对数率层和外层的流向速度经过 Van Driest 变换^[9]后可以通过对数率和 Coles 尾迹率的结合公式得到

$$U^{VD} = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln y^+ + B' u_\tau + 2 \frac{\Pi}{\kappa} u_\tau \sin^2 \left\{ \frac{\pi}{2} \frac{y}{\delta} \right\} \quad (1)$$

U^{VD} 是经过 Van Driest 变换后的平均流向速度,具体变换方法及常数取法见参考文献^[9].式(1)在对数率层内可简化为对数率,而在外层内可简化为尾迹率.

在黏性底层内(包括线性底层和过渡层),平均流向速度按照下式给出:

$$U = u_\tau \int_0^{y^+} \left(\frac{T_w}{T} \right)^n dy^+ \quad (2)$$

而平均法向速度可以根据连续方程和摩擦定律积分得到

$$V = -\frac{1}{Q} \int_0^y \frac{\partial}{\partial x} (QU) dy$$

由于 V 和 U 相比非常小,所以可以按照下式估算:

$$V(x, y) = \frac{y}{x} \sqrt{\frac{Q_w}{Q}} u_\tau \quad (3)$$

对于名义二维流动来说,可以认为时间平均展向速度 W 为 0.

根据上述推导,内外两层的流向速度经过 Van Driest 变换后可以根据如下壁面率描述:

$$U^{VD} = u_\tau F_i(y^+) \quad \text{内层} \quad (4)$$

$$U^{VD} - U^{VD} = u_\tau F_o(\eta) \quad \text{外层} \quad (5)$$

其中 F_i 和 F_o 是无量纲普适函数.

平均静温由 Walz^[10] 按照零压力梯度平衡湍流边界层给出

$$\frac{T}{T_\infty} = \frac{T_w}{T_\infty} + \frac{T_{aw} - T_w}{T_\infty} \left\{ \frac{U}{U_\infty} \right\} - r \frac{\gamma - 1}{2} Ma_\infty^2 \left\{ \frac{U}{U_\infty} \right\}^2 \quad (6)$$

式中 T_w 是给定的平均壁面温度, T_{aw} 是绝热壁温, r 是复温因子.平均密度可以按照气体状态方

程给出.从式(4),(5)和(6)可以推导出,平均温度满足(对于固定的 T_w/T_∞)

$$T = T_\infty H_i(y^+, u_\tau/U_\infty) \quad \text{内层} \quad (7)$$

$$T = T_\infty H_o(\eta, u_\tau/U_\infty) \quad \text{外层} \quad (8)$$

其中 H_i 和 H_o 是普适函数.

以上给出的方法不仅可以获得湍流边界层的时均参数 U, V, W, T, ρ 的相似性,还可以估算它们的具体数值,然后可以计算得到脉动参数,但通常在数值模拟中并不采用上述理论方法来获得时均参数,而采用计算本身来得到时均参数.

1.2 湍流脉动参数

文献^[11]指出,压缩性对于流向速度的脉动量 u' 的影响非常大,无量纲的均方根脉动参数 $\sqrt{u'^2}/u_\tau$ 随着自由来流马赫数变化显著.但是另外一个无量纲均方根脉动参数 $\sqrt{\rho u'^2}/\tau_w$ 的剖面在马赫数低于 5 的情况下显示出近似的普适性^[12],即

$$\overline{\rho u'^2} = \tau_w L_i(y^+) \quad \text{内层} \quad (9)$$

$$\overline{\rho u'^2} = \tau_w L_o(\eta) \quad \text{外层} \quad (10)$$

其中 L_i 和 L_o 是无量纲普适函数,因为 $\tau_w = \rho_w u_\tau^2$, 所以

$$\overline{u'^2} = \frac{\rho_w}{\rho} u_\tau^2 L_i(y^+) \quad \text{内层} \quad (11)$$

$$\overline{u'^2} = \frac{\rho_w}{\rho} u_\tau^2 L_o(\eta) \quad \text{外层} \quad (12)$$

因为平均压力可以认为是在整个边界层内为常数,则

$$\frac{\rho_w}{\rho} = \frac{T}{T_w} = \frac{T}{T_\infty} \frac{T_\infty}{T_w} \quad (13)$$

从式(11),(12)可以推出(对于固定的 T_w/T_∞)

$$\overline{u'^2} = u_\tau^2 J_i(y^+, u_\tau/U_\infty) \quad \text{内层} \quad (14)$$

$$\overline{u'^2} = u_\tau^2 J_o(\eta, u_\tau/U_\infty) \quad \text{外层} \quad (15)$$

其中 J_i 和 J_o 是无量纲普适函数.

强雷诺比拟^[12]认为非高超声速湍流边界层内,在通常的热导率下总温的脉动是可以忽略的,这样静温的脉动可以和流向速度的脉动关联起来

$$T' = -\frac{1}{c_p} U u' \quad (16)$$

2 几种常用的“回收-调节”方法

在下文中,将对几种“回收-调节”方法进行简要叙述.

2.1 Lund 的不可压流动入口条件生成方法

Lund, Wu 和 Squires 基于 Spalart 和 Leonard 的方法发展出了用于不可压湍流边界层流动 LES 的“回收-调节”方法^[13], 其中平均流向速度可由下式表示:

$$\begin{aligned} U &= u_\tau F_i(y^+) && \text{内层} \\ U_\infty - U &= u_\tau F_o(\eta) && \text{外层} \end{aligned}$$

其中 F_i 和 F_o 是无量纲普适函数, 并且对于不可压流动来说, 边界层内层和外层的坐标定义为

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}, \quad \eta = \frac{y}{\delta}$$

其中 $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, 定义参数

$$\beta = \frac{u_{\tau_{in}}}{u_{\tau_{re}}}$$

由于 F_i 和 F_o 是无量纲的普适函数, 则可以得到

$$\begin{aligned} U_{in}(y_{in}^+) &= \beta U_{re}(y_{in}^+) && \text{内层} \\ U_{in}(\eta_{in}) &= \beta U_{re}(\eta_{in}) + (1 - \beta)U_\infty && \text{外层} \end{aligned}$$

则给定 y_{in} 后, 相应的 y_{re} 由内层的 $y_{in}^+ = y_{re}^+$ 以及外层的 $\eta_{in} = \eta_{re}$ 得到, 即

$$\begin{aligned} y_{re} &= \beta y_{in} && \text{内层} \\ y_{re} &= (1/\alpha) y_{in} && \text{外层} \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\delta_{in}}{\delta_{re}} \\ \beta &= \frac{u_{\tau_{in}}}{u_{\tau_{re}}} \end{aligned}$$

Lund 等人假设

$$\begin{aligned} V &= U_\infty G_i(y^+) && \text{内层} \\ V &= U_\infty G_o(\eta) && \text{外层} \end{aligned}$$

其中 G_i 和 G_o 也是无量纲普适函数, 这样

$$\begin{aligned} V_{in}(y_{in}^+) &= V_{re}(y_{in}^+) && \text{内层} \\ V_{in}(\eta_{in}) &= V_{re}(\eta_{in}) && \text{外层} \end{aligned}$$

根据式(11), (12), Lund 假设

$$\begin{aligned} u'_{in}(y_{in}^+, z, t) &= \beta u'_{re}(y_{in}^+, z, t) && \text{内层} \\ u'_{in}(\eta_{in}, z, t) &= \beta u'_{re}(\eta_{in}, z, t) && \text{外层} \end{aligned}$$

其余两个方向的脉动速度调节方式一样. 摩擦速度的比值根据下面的关系式得到:

$$\beta = \frac{u_{\tau_{in}}}{u_{\tau_{re}}} = \left[\frac{\theta_{re}}{\theta_{in}} \right]^{1/[2(n-1)]}$$

其中 θ 为不可压边界层动量厚度, 这个关系式可以根据不可压湍流边界层的幂次定律得到, 且

Lund 在计算中取 $n = 5$.

对于入口处的点, 并不需要判断其处于内层还是外层, 而是按照内层和外层的“回收-调节”方法分别得到速度、密度、温度的平均量和脉动量, 将两者采用 Lund 的光滑函数结合, 以流向速度为例

$$\begin{aligned} U_{in} &= [1 - S(\eta)](U_{in} + u'_{in})|_{inner} + \\ &S(\eta_{in})(U_{in} + u'_{in})|_{outer} \end{aligned}$$

其中光滑函数 S 的具体形式见文献^[13], 其他两个方向的速度和温度采用相同的方式加权平均.

2.2 几种用于可压缩湍流的“回收-调节”方法

2.2.1 Urbin 和 Knight

Urbin 和 Knight 等通过 Van Driest 变换将 Lund 的方法拓展至可压缩流动^[14], 回收平面 x_{re} 处的时均流向速度满足

$$\begin{aligned} U_{re}^{VD} &= u_{\tau_{re}} F_i(y^+) && \text{内层} \\ U_{re}^{VD} - U_{re}^{VD} &= u_{\tau_{re}} F_o(\eta) && \text{外层} \end{aligned}$$

这样, 由于 F_i 和 F_o 是无量纲普适函数, 对于入口边界则有

$$\begin{aligned} U_{in}^{VD}(y_{in}^+) &= \beta U_{re}^{VD}(y_{in}^+) && \text{内层} \\ U_{in}^{VD}(\eta_{in}) &= \beta U_{re}^{VD}(\eta_{in}) + (1 - \beta)U_\infty^{VD} && \text{外层} \end{aligned}$$

这样求出 Van Driest 变换速度之后可以反求出入口平均速度 U_{in} , 对于入口处的某一位置 y_{in} , 可以采用和 Lund 类似的方法得到

$$\begin{aligned} y_{re} &= \beta y_{in} && \text{内层} \\ y_{re} &= (1/\alpha) y_{in} && \text{外层} \end{aligned}$$

假设 $T_{w,in} = T_{w,re}$, 则可以采用如下的经验公式:

$$\begin{aligned} \alpha &= \left[1 + \frac{x_{re} - x_{in}}{\delta_{in}} 0.27^{\frac{6}{5}} Re_{\delta_{in}}^{-\frac{1}{5}} \right]^{-\frac{5}{6}} \\ \beta &= \alpha^{-\frac{1}{10}} \end{aligned}$$

方向速度平均量的回收方式如下:

$$\begin{aligned} V_{in}(y_{in}^+) &= V_{re}(y_{in}^+) && \text{内层} \\ V_{in}(\eta_{in}) &= V_{re}(\eta_{in}) && \text{外层} \end{aligned}$$

平均的展向速度 W_{in} 忽略不计. 忽略 u_τ 在入口平面处和回收平面处之间的差异, 方程(7), (8)写为

$$\begin{aligned} T &= T_\infty H_i(y^+) && \text{内层} \\ T &= T_\infty H_o(\eta) && \text{外层} \end{aligned}$$

则入口处的平均温度为

$$\begin{aligned} T_{in}(y_{in}^+) &= T_{re}(y_{in}^+) && \text{内层} \\ T_{in}(\eta_{in}) &= T_{re}(\eta_{in}) && \text{外层} \end{aligned}$$

平均密度由状态方程给出. 忽略 u_τ 在入口平面处和回收平面处之间的差异, 方程(11), (12)写为

$$\begin{aligned} u'_{in}(y_{in}^+, z, t) &= \beta u'_{re}(y_{in}^+, z, t) & \text{内层} \\ u'_{in}(\eta_{in}, z, t) &= \beta u'_{re}(\eta_{in}, z, t) & \text{外层} \end{aligned}$$

其余两个方向的脉动速度 v' 和 w' 调节方法相同. 静温的脉动按照相似的方法变换

$$\begin{aligned} T'_{in}(y^+) &= T'_{re}(y_{in}^+) & \text{内层} \\ T'_{in}(\eta_{in}) &= T'_{re}(\eta_{in}) & \text{外层} \end{aligned}$$

认为静压为常数, 瞬时密度采用状态方程计算得到.

2.2.2 Stolz 和 Adams

Stolz 和 Adams 的方法^[15]和 Urbin 和 Knight 相似, 有两个主要的不同点: 第一点是不将入口处贯穿整个边界层的静压作为常数, 这样平均和脉动密度不能通过状态方程和静温的时均、脉动量来计算, 需要进行相同的处理, 平均量的回收方式为

$$\begin{aligned} Q_{in}(y_{in}^+) &= Q_{re}(y_{in}^+) & \text{内层} \\ Q_{in}(\eta_{in}) &= Q_{re}(\eta_{in}) & \text{外层} \end{aligned}$$

脉动量的回收方式为

$$\begin{aligned} \rho'_{in}(y_{in}^+) &= \rho'_{re}(y_{in}^+) & \text{内层} \\ \rho'_{in}(\eta_{in}) &= \rho'_{re}(\eta_{in}) & \text{外层} \end{aligned}$$

第二个不同点在于摩擦速度的比值和边界层厚度的比值的关式中的系数不同

$$\beta = \alpha^{-\frac{1}{8}}$$

需要注意的是, 由于常数 α 和 β 通常很接近 1, 所以指数不同的影响不大. 在 Stolz 和 Adams 的 LES 计算中 $\beta \approx 1.01$, 而 α 通过 LES 计算得到, 而不采用经验公式得到.

2.2.3 Xiao, Edwards, Baurle 及 Fan

Xiao 和 Fan 等人提出了一种混合大涡/雷诺平均 Navier-Stokes (hybrid large-eddy/Reynolds-averaged Navier-Stokes, 简称 Hybrid LES/RANS) 方程模拟方法^[16-17], 其思想是通过一个依赖于到壁面的距离的衔接函数将大涡模拟的亚格子模型和两方程 $k-\zeta$, $k-\omega$ 模型相结合, 在近壁耗散区域的计算中采用湍流模型, 而在主流疏运区切换到亚格子模型, 这种方法能够较好地解决 LES 的近壁处理问题. 他们对这种混合模拟方法的入口湍流边界条件的影响进行了详细的论述, 认为必须在入口边界叠加适当的湍流脉动才能保证来流边界层的湍流能量. 进一步, 他们将 Urbin

和 Knight 的方法用于 Hybrid LES/RANS 计算^[18], 但是进行了两处修改: 首先, 入口处的时均速度和静温参数是通过 RANS 计算得到的, 在混合 LES/RANS 模拟中固定为常数, 而不通过回收得到的; 其次, 脉动温度的回收由 Xiao 等人的方法给出

$$\begin{aligned} T'_{in}(y_{in}^+) &= \beta^2 T'_{re}(y_{in}^+) & \text{内层} \\ T'_{in}(\eta_{in}) &= \beta^2 T'_{re}(\eta_{in}) & \text{外层} \end{aligned}$$

由于混合模型引入了两方程湍流模型中的湍流量, 需要建立对于湍流量的回收过程. 在他们的工作中, 不将湍流量分解为平均量和脉动量, 而是统一回收. Xiao 等给出湍动能的回收方式如下:

$$\begin{aligned} k_{in} &= \beta^2 k_{re} & \text{内层} \\ k_{in} &= \beta^2 k_{re} & \text{外层} \end{aligned}$$

另外一个湍流量 ζ 回收方式如下:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\nu \nu_w \zeta}{u_\tau^4} \right)_{in} &= \left(\frac{\nu \nu_w \zeta}{u_\tau^4} \right)_{re} & \text{内层} \\ \left(\frac{\nu \delta \zeta}{u_\tau^3} \right)_{in} &= \left(\frac{\nu \delta \zeta}{u_\tau^3} \right)_{re} & \text{外层} \end{aligned}$$

与他们同属一个研究团体的 Fan 等^[17]采用基于 Menter 的 $k-\omega$ 剪切应力输运模型 (shear stress transport, 简称 SST) 模型构造了混合模拟方法, 流动参数中静温脉动量采用 Urbin 和 Knight 的方法进行回收, 其余参数的回收方式和 Xiao 等相同, 而湍动能和比耗散率采用如下方式回收:

$$\begin{aligned} f_{in} &= f_{re} & \text{内层} \\ f_{in} &= f_{re} & \text{外层} \end{aligned}$$

式中 $f = k, \omega$.

2.2.4 Xu 和 Martin

Xu 和 Martin 发展出了一种方法^[19], 不采用 Van Driest 变换. 从零压力梯度平板边界层的平均流向动量方程出发, 在黏性的底层中

$$\mu \frac{\partial U}{\partial y} = \tau_w \quad (17)$$

积分式(17)得到

$$U^s = u_\tau y^+ \quad (18)$$

其中

$$U^s = \int_0^U \left(\frac{T}{T_w} \right)^{1/2} dU$$

假设分子黏度满足幂次定律, 则在対数区对速度进行回收的过程如下:

$$U^{VD} = \int_0^U \left(\frac{T_w}{T} \right)^{1/2} dU \quad (19)$$

可以导出

$$U^{VD'} = u_{\tau} F'_i(y^+) \quad (20)$$

在外层速度亏损率可以变为

$$U_{\infty}^{VD'} - U^{VD'} = u_{\tau} F'_o(\eta)$$

这样有

$$\begin{aligned} U_{in}^s(y_{in}^+) &= \beta U_{re}^s(y_{in}^+) \\ U_{in}^{VD'}(y_{in}^+) &= \beta U_{re}^{VD'}(y_{in}^+) \\ U_{\infty, in}^{VD'} - U_{in}^{VD'}(\eta_{in}) &= \beta [U_{\infty, re}^{VD'} - U_{re}^{VD'}(\eta_{in})] \end{aligned} \quad (21)$$

为了从式(17)~(21)中确定平均速度剖面,需要知道平均静温分布,这从假设的普适的类 Crocco 关系得出

$$T = T_{\infty} H\left(\frac{U}{U_{\infty}}\right)$$

其中 H 的具体函数形式由计算得到的回收位置的 U 和 T 的剖面分布给出,平均流向入口速度由公式(21)的计算结果加权平均得出。

平均壁面法向速度按照下面的法则给出:

$$V = \beta \sqrt{\frac{Q_{re}}{Q_{in}}} W_{re}$$

当壁面温度 T_w 是常数时,平均展向速度为 0。

速度脉动可以按照下式缩放:

$$u'_{in}(y_{in}^+, z, t) = \beta \sqrt{\frac{Q_{re}}{Q_{in}}} u'_{re}(y_{in}^+, z, t)$$

另外两个方向的脉动速度相似。

温度脉动根据下式给出:

$$T'_{in}(y_{in}^+, z, t) = \beta \sqrt{\frac{Q_{re}}{Q_{in}}} \frac{U_{re}}{U_{in}} \frac{T_{in}}{T_{re}} T'_{re}(y_{in}^+, z, t)$$

且认为壁面温度 T_w 可近似为常数,在外层采用相似的表达式,入口边界层的动量厚度和摩擦速度由 Karman-Schoenherr 方程和 Van Driest 变换给出。

3 “回收-调节”方法的评述

3.1 “回收-调节”方法实现过程中的关键问题

从上文可以看到,“回收-调节”方法在具体实现时存在若干影响因素,在此列出各个因素:

1) 回收平面的取法。“回收-调节”方法需要从回收平面提取时均量和脉动量的信息,而回收平面的流动由上游入口的参数及发展过程决定。和白噪声方法类似,入口添加的扰动需要经历一段足够长的发展过程才能成为充分的湍流结构,

使得回收平面出的时均和脉动参数合理化。通常回收平面取在入口平面下游 $6 \sim 8$ 倍 δ 处,保证流动发展距离足够长,而又不带来过多的计算量。

2) 回收平面时均参数的计算。在计算过程中,回收平面的时均参数和脉动参数对于上游添加的扰动有直接的影响,而回收平面的时均参数和计算历程紧密相关。通常在流动充分发展之后,回收平面的时均参数可以采用简单的时间平均方法获得,而在计算的初始阶段,回收平面的参数的计算方法需要慎重考虑(尤其是在初始化后的流场比较粗糙时),Lund 等^[13] 和 Xu 等^[19] 均采用加权平均的方法来得到回收平面的平均参数,其中权值和计算时间步长相关,但具体取法不同,这种方法可以保证回收平面的时均参数平缓过渡,不受到初始计算时剧烈变化的流场的影响。

3) 初始化问题。LES 和 DNS 计算的初始化远比 RANS 计算重要,从“回收-调节”方法的计算过程可以看到,如果采用简单的时均化流场进行初始化,回收平面最初没有任何脉动信息,这导致了入口处也无任何脉动信息,从而无法激励出湍流结构,只能在计算的过程中通过数值扰动来逐渐积累出扰动信息,这无疑导致流场演化成为充分的湍流流场的时间加长。在初始的时均化流场上叠加合理的脉动量可以更加迅速地激励湍流结构的产生,文献[18]中采用添加多个正弦波叠加而成的随机扰动的方式进行初始化,而文献[20]中则将另外一个充分发展的 LES 流场的脉动速度通过马赫数和摩擦速度的比值缩放叠加至初始流场,这种扰动添加方式更加真实。

3.2 回收方法的应用评价

Sagaut 对于 $Ma=2.3$ 的超声速平板湍流边界层^[5],采用 Urbin 和 Knight, Stolz 和 Adams, Schroder 的方法进行了计算,对比长时间积分之后边界层的参数,发现这几种方法在长时间积分之后都会导致入口边界层时均参数发生漂移,无法同时保证边界层厚度和位移厚度收敛至目标值。他们在流向对边界层厚度的信息进行周期性提取,并成功通过这一办法消除了边界层积分参数的漂移。Bohr 等人^[21] 对 Lund 的回收方法进行了修正,用于平板湍流边界层的 LES 计算,并指出这种修正后的回收方法可以用于有压力梯度的边界层计算。Edwards 等人^[20] 采用了 Klebanoff 间歇函数来控制回收的脉动量,并对函数中的常数取值的影响进行了分析,这种方法不仅能够防止回收过程中的脉动量对于边界层外的自由来流

参数的影响,还可以将边界层的生长速率控制在合理的范围内。

从前文的推导可以看到,尽管“回收-调节”方法的基本模型由 Navier-Stokes(N-S)方程得到,但对 N-S 方程进行了部分简化,得到的脉动量和 N-S 方程也存在着一定相容性的问题。此外,“回收-调节”方法是根据零压力梯度平板湍流边界层的理论推导而来的,上述条件前提条件不满足时,“回收-调节”方法需要进行相应的改动。

4 结论及展望

对于壁面附着湍流来说,“回收-调节”方法是一种有效的湍流入口脉动添加方法。本文回顾了这种方法的发展过程,概述了几种“回收-调节”方法及其应用成果,对这种方法存在的不足进行了分析和评价。

随着湍流高级数值模拟的发展,也对入口边界条件的提法提出了更高的要求,在未来的壁面湍流的数值模拟中,需要将“回收-调节”方法拓展至更加宽广的领域,针对有压力梯度的边界层、曲壁边界层、圆管流动、三维边界层等问题进行分析和推导,提出相应的“回收-调节”方法并进行相应的计算和总结,使这种方法能够用于喷流、燃烧室、进气道内流段等问题的计算,将其拓展至更宽的领域。

参考文献:

- [1] Klein M, Sadiki A, Janicka J. Influence of the boundary conditions on the direct numerical simulation of a plane turbulent jet[C]//The 2nd International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, TSFP2. Stockholm, Sweden:[s. n.], 2001, 1: 401-406.
- [2] Stanley S A, Sarkar S. Influence of nozzle conditions and discrete forcing on turbulent plane jets[J]. AIAA Journal, 2000, 38(9): 1615-1623.
- [3] Klein M, Sadiki A, Janicka J. Influence of the inflow conditions of primary breakup of liquid jets[C]//ILASS-Europe, Annual Conference on Liquid Atomization and Spray System, Zurich, Switzerland:[s. n.], 2001: 475-480.
- [4] Lund T S, Squires K D, Wu X H. Turbulent inflow boundary conditions for LES[R]. AIAA Paper 2003-0067, 2003.
- [5] Sagaut P, Garnier E, Tromeur E, et al. Turbulent inflow conditions for large-eddy simulation of compressible wall-bounded flows[J]. AIAA Journal, 2004, 42(3): 469-477.
- [6] Lee S, Lele S K, Moin P. Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor's hypothesis in compressible flow[J]. Physics of Fluids, 1992, 4(7): 1521-1530.
- [7] Le H, Moin P, Kim J. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1997, 330: 349-374.
- [8] Smits A J, Dussauge J P. Turbulent shear layers in supersonic flow[M]. New York: American Institute of Physics, 1996.
- [9] Van Driest E R. Turbulent boundary layers in compressible fluids[J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1951, 18(3): 145-160, 216.
- [10] Walz A. Boundary layers of flow and temperature[M]. Massachusetts: MIT Press, 1969.
- [11] Dussauge J P, Gaviglio J. The rapid expansion of a supersonic turbulent flow: role of bulk dilatation[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1987, 174: 81-112.
- [12] Bradshaw P. Compressible turbulent shear layers[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1977, 9: 33-54.
- [13] Lund T S, Wu X H, Squires K D. Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations[J]. Journal of Computational Physics, 1998, 140(2): 233-258.
- [14] Urbin G, Knight D. Large eddy simulation of a supersonic boundary layer using an unstructured grid[J]. AIAA Journal, 2001, 39(7): 1288-1295.
- [15] Stolz S, Adams N A. Large-eddy simulation of high-Reynolds-number supersonic boundary layers using the approximate deconvolution model and a rescaling and recycling technique[J]. Physics of Fluids, 2003, 15(8): 2398-2412.
- [16] Xiao X D, Edwards J R, Hassan H A, et al. Inflow boundary conditions for hybrid large-eddy/Reynolds-averaged Navier-Stokes simulations [J]. AIAA Journal, 2003, 41(8): 1481-1489.
- [17] Fan C C, Xiao X, Edwards J R, et al. Hybrid large-eddy/Reynolds-averaged Navier-Stokes simulations of shock-separated flows [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2004, 41(6): 897-906.
- [18] Norris J W, Edwards J R. Large-eddy simulation of high-speed, turbulent diffusion flames with detailed chemistry [R]. AIAA Paper 1997-0370, 1997.
- [19] Xu S, Martin M P. Assessment of inflow boundary conditions for compressible turbulent layers[J]. Physics of Fluids, 2004, 16(7): 2623-2639.
- [20] Edwards J R, Choi J, Boles J A. Large-eddy/Reynolds-averaged Navier-Stokes simulation of a Mach 5 compression corner interaction [J]. AIAA Journal, 2008, 46(4): 977-991.
- [21] Bohr E, Bailon-Cuba J, Jansen K, et al. Inflow generation technique of large eddy simulation using equilibrium similarity analysis[R]. AIAA Paper 2005-4672, 2005.